

Braunschweigische
Wissenschaftliche Gesellschaft

Jahrbuch 2018

Sonderdruck
Seiten 17–28



J. CRAMER Verlag • Braunschweig
2019

Warum man den Abstand zum Mond misst*¹

JÜRGEN MÜLLER, FRANZ HOFMANN & LILIANE BISKUPEK

Leibniz Universität Hannover, Institut für Erdmessung, Schneiderberg 50, DE-30167 Hannover
E-Mail: mueller@ife.uni-hannover.de

1. Abstrakt

Seit der ersten bemannten Mondlandung im Jahr 1969 werden Laserentfernungsmessungen (englisch: Lunar Laser Ranging – LLR) zwischen Beobachtungsstationen auf der Erde und Reflektoren auf dem Mond durchgeführt. Die Analyse der LLR-Daten gibt einen einzigartigen Einblick in die Dynamik des Erde-Mond-Systems und bietet gleichzeitig die Möglichkeit, Vorhersagen der Einstein'schen Gravitationstheorie zu überprüfen. In diesem Beitrag wird kurz die Messtechnik, die Modellierung der LLR-Beobachtungen sowie die Analyse der Daten erläutert. Exemplarisch werden einige mit LLR bestimmbare Parameter diskutiert, insbesondere auch solche, deren präzise Bestimmung die Gültigkeit der Allgemeinen Relativitätstheorie untermauert.

2. Einleitung

Der Mond ist der einzige natürliche Satellit der Erde. Der mittlere Abstand zur Erde beträgt 385 000 km. Er variiert aufgrund der elliptischen Mondbahn zwischen 363 000 km in Erdnähe (Perigäum) und 405 000 km in Erdferne (Apogäum). Die Mondbahn unterliegt vielfältigen gravitativen Störeinflüssen durch die Körper des Sonnensystems, speziell Sonne und Erde, die eine Abweichung von der ungestörten Ellipsenbahn in der Größenordnung von einigen Tausend Kilometern verursachen (Nordtvedt 2003). Der Mond bewegt sich mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit um die Erde, mit der er um seine eigene Achse rotiert. Durch diese so genannte gebundene Rotation sieht man von der Erde aus immer die gleiche Mondseite.

* Der Vortrag wurde am 20.01.2018 vor der Plenarversammlung der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft gehalten.

1 Dieser Beitrag ist eine überarbeitete und aktualisierte Version des 2015 in der zfv erschienen Artikels: Hofmann, F., Biskupek, L., Müller, J.: Lunar Laser Ranging: Das Erde-Mond-System und Tests der Einstein'schen Gravitationstheorie. zfv 6/2015, S. 337-345, 2015. Einzelne Textteile sind nahezu wörtlich aus der damaligen Veröffentlichung übernommen.

Seit Jahrtausenden wird die Bewegung des Mondes beobachtet und zum Beispiel zur Festlegung von Kalendern genutzt. Eine genaue Beschreibung der Mondbewegung beschäftigt die Wissenschaftler bis in die heutige Zeit. Ptolemäus nutzte ein mathematisches Modell aus Epizykeln (System aus sich überlagernden Kreisen für die Bahn der Planeten und des Mondes) und Evektion (eine periodische Bahnstörung durch die Sonne), um die komplexe Bewegung des Mondes zu beschreiben (Petersen 1969). Die erste physikalische Theorie wurde von Isaac Newton mit Hilfe des von ihm entdeckten Gravitationsgesetzes aufgestellt (Newton 1687). Die Betrachtung von Raum und Zeit, und damit auch die Beschreibung der Bewegung der Körper im Sonnensystem und darüber hinaus, wurde durch die Allgemeine Relativitätstheorie von Albert Einstein (Einstein 1915) revolutioniert. Ohne die Relativitätstheorie könnten die geodätischen Weltraumverfahren, wie Globale Satellitennavigationssysteme (GNSS), Interferometrie auf langen Basislinien (VLBI) und Lasermessungen zu Satelliten (SLR) bzw. Mond (LLR), nicht oder zumindest nicht mit einer hohen Genauigkeit genutzt werden (Müller et al. 2008).

Das älteste geodätische Weltraumverfahren stellen die Laserentfernungsmessungen zum Mond dar, bei dem die Laufzeit von Laserpulsen zwischen Observatorien auf der Erde und Reflektoren auf dem Mond gemessen wird. 1969 stellten die Astronauten der Apollo 11 Mission den ersten Laser-Retroreflektor auf der Mondoberfläche im südlichen Mare Tranquillitatis auf. Bis 1973 wurden vier weitere Reflektoren zum Mond gebracht: zwei Reflektoren durch die Apollo 14 und Apollo 15 Missionen und zwei weitere Reflektoren durch die sowjetischen Missionen Luna 17 und Luna 21 (dort auf den Rovern Lunochod 1 und 2). Die Position der Reflektoren ist in Abb. 1 (links) dargestellt.

Die Reflektoren der Apollo-Missionen bestehen aus einem Verbund von 100 (Apollo 11 und 14) bzw. 300 (Apollo 15) Tripleprismen mit einem Durchmesser von jeweils 3.8 cm, Abb. 1 (rechts). Auf den Lunochod-Rovern wurden französische Reflektoren aus 14 Einzelprismen mit einer Seitenlänge von je 11 cm genutzt.

Auf der Erde sind nur wenige Observatorien in der Lage, LLR-Messungen durchzuführen. In den USA ist es das Projekt APOLLO (Apache Point Observatory Lunar Laser-ranging Operation) in New Mexico, in Frankreich das Observatoire de la Côte d'Azur in Grasse und die Matera Laser Ranging Station in Italien. Die längste LLR-Datenreihe (von 1969 bis 2013) des McDonald Observatory in Texas, USA, konnte aufgrund von finanziellen Problemen nicht fortgesetzt werden. Von 1984 bis 1990 führte das Observatorium auf dem Mt. Haleakala (Hawaii) LLR-Messungen durch. Einzelne Messungen wurden auch an der australischen Station Ororal und auf der geodätischen Fundamentalstation in Wettzell im Bayerischen Wald durchgeführt, die 2018 den LLR-Betrieb wieder aufgenommen hat. In Abb. 2 sind diejenigen Observatorien gezeigt, deren LLR-Daten in der Auswertung des Instituts für Erdmessung (IfE) der Leibniz Universität Hannover verwendet werden.

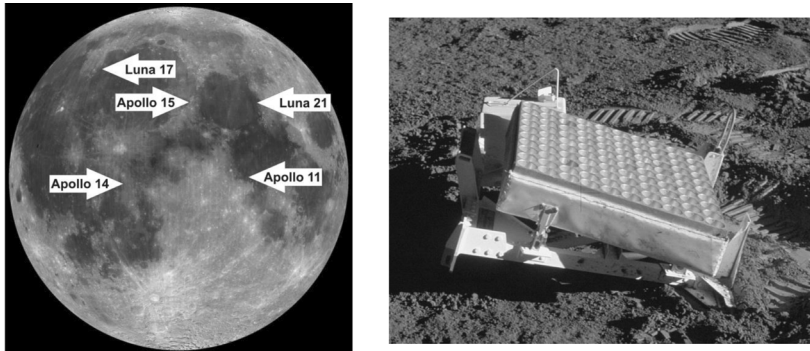


Abb 1: Links: Position der LLR-Reflektoren auf der Mondoberfläche. Rechts: Reflektor der Apollo 14 Mission mit 100 Einzelprismen in einer 10x10 Anordnung. Quelle: NASA, bearbeitet.

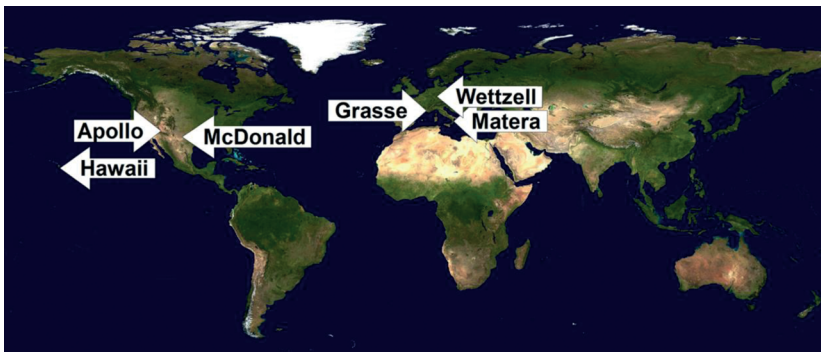


Abb. 2: Position aller LLR-Stationen, deren Daten in der Auswertung des IfE genutzt werden. Quelle: NASA, bearbeitet.

3. Messung

Zur Entfernungsbestimmung werden kurze Laserpulse im grünen oder infraroten Wellenlängenbereich von Observatorien auf der Erde zu den Reflektoren auf dem Mond gesandt und nach einer Laufzeit von ca. 2,6 s wieder empfangen. Der einzelne Laserpuls formt nach Verlassen des Teleskops eine „Lichtscheibe“ mit einer Dicke von etwa 3 cm und einem Durchmesser entsprechend des eingesetzten Teleskopdurchmessers (z.B. bei APOLLO 3,5 m oder in Wettzell 0,7 m). Der Einzelpuls enthält rund $3 \cdot 10^{17}$ Photonen. Durch die turbulente Erdatmosphäre wird der Strahl aufgeweitet und leuchtet auf dem Mond eine Fläche von 10 bis

70 km² aus. Die reflektierende Fläche der 300 Tripleprismen des Apollo 15 Reflektors beträgt hingegen nur 0,34 m², also $3,4 \cdot 10^{-7}$ km², sodass nur ein sehr kleiner Teil der Photonen reflektiert wird. Der zurückgesandte Laserpuls wird vom Reflektor ebenfalls leicht aufgeweitet und beleuchtet auf der Erdoberfläche eine Kreisfläche von rund 180 km². Es gelangen wiederum nur wenige Photonen des zurückkehrenden Signals in die Teleskopöffnung und somit zum Detektor. Der gesamte Signalverlust, inklusive zweimaligem Durchlauf durch die Erdatmosphäre und dem Verlust in der Empfangsoptik, beträgt etwa 18 Größenordnungen (Murphy et al. 2008). Am Detektor kommen damit nur einzelne, der ehemals über 10^{17} , Photonen des Laserpulses an (Murphy 2013).

Diese Einzelphotonen müssen aus einer Menge an Störphotonen durch den hellen Mond mit Hilfe einer dreifachen Filterung (räumlich, spektral und zeitlich) separiert werden. Der räumliche Filter verhindert, dass zu viel Licht von der den Reflektor umgebenden Mondoberfläche zum Detektor gelangt. Im spektralen Bereich lässt ein sehr engbandiger Linienfilter lediglich das Licht mit der Wellenlänge des verwendeten Lasers Lichts passieren. Durch die zeitliche Filterung werden nur Signale in einem kurzen Intervall um den modellierten Empfangszeitpunkt registriert. Die Messgröße für jeden Laserpuls ist die Pulslaufzeit, d.h. die Zeitdifferenz zwischen Empfangs- und Sendezeitpunkt, die mit Hilfe der Lichtgeschwindigkeit in einen Abstand umgerechnet werden kann. Um signifikante Treffer zu detektieren, werden die Einzelmessungen über einen Zeitraum von wenigen Minuten zu einem statistisch abgesicherten Messwert, dem Normalpunkt, zusammengefasst, der dann als eigentliche Beobachtungsgröße in der LLR-Analyse verwendet wird.

Von 1969 bis Ende 2017 wurden rund 24 000 Normalpunkte gemessen. Abb. 3 zeigt die Verteilung über die Zeit und die beteiligten Observatorien. Auf dem Mond

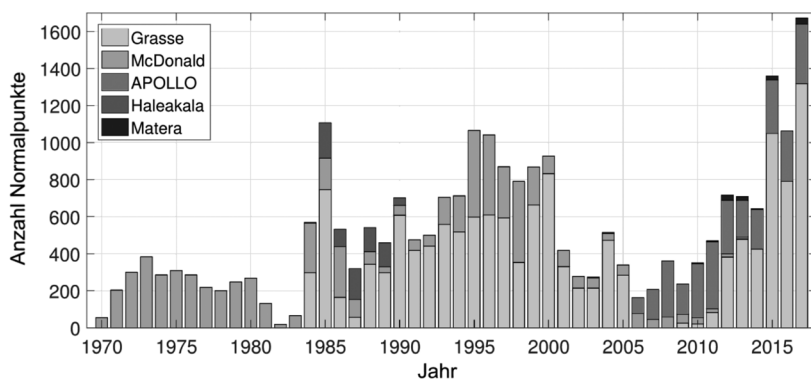


Abb. 3: Anzahl der jährlich gemessenen Normalpunkte von 1970 bis Ende 2017 und deren Aufteilung auf die LLR-Observatorien.

wurde in der Vergangenheit hauptsächlich der Apollo 15 Reflektor angemessen, der aufgrund seiner Größe das einfachste Ziel mit der größten Signalstärke darstellt. Die anderen kleineren Reflektoren sind in der Regel schwieriger zu beobachten. Mit der Station APOLLO und den Messungen im Infrarot-Bereich in Grasse und Wettzell können nun aber auch diese Reflektoren zuverlässig angemessen werden, sodass seit einigen Jahren eine gleichmäßigere Beobachtung aller Reflektoren erreicht wurde.

4. Analyse der LLR-Messungen

Die Normalpunkte werden am Institut für Erdmessung (IfE) der Leibniz Universität Hannover mit dem Programmpaket LUNAR analysiert. Die Entwicklung der Software begann im Sonderforschungsbereich 78 an der TU München in der Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie (FESG) und wird am IfE fortgeführt. Die wichtigsten Bestandteile von LUNAR sind die beiden Programmteile zur Ephemeridenrechnung und Parameterschätzung, siehe auch Müller et al. (2014).

In der Ephemeridenrechnung wird die Bewegung der größeren Körper im Sonnensystem bis zur ersten nach-Newton'schen Ordnung, d.h. inklusive relativistischer Terme proportional zu $1/c^2$, modelliert (Will 1993). Als Grundlage dienen die Einstein-Infeld-Hoffmann (EIH)-Bewegungsgleichungen für sphärisch-symmetrische Körper, die für alle Planeten, Sonne, Mond und ausgewählte Asteroiden numerisch in der Zeit integriert werden. Die Rotation des elastischen Mondes wird über die Euler-Liouville-Gleichungen simultan mitintegriert und relativistische Korrekturen (de Sitter und Lense-Thirring Präzession) angebracht (Müller 1991). Daraus ergibt sich die Orientierung des Mondes im Raum. Weiterhin werden gravitative Effekte durch die Abweichung der Erde, der Sonne und des Mondes von der Kugelgestalt, die säkulare Gezeitenbeschleunigung sowie das dissipative Verhalten des Mondes und der Einfluss eines flüssigen Mondkerns auf die Mondrotation modelliert.

Die Ausgleichung im Programmteil der Parameterschätzung basiert auf dem Gauss-Markov-Modell. Dabei wird der gemessene dem berechneten Abstand zwischen einem Observatorium auf der Erde und einem Reflektor auf dem Mond gegenübergestellt.

In die Berechnung fließen die Transformationen von Zeit- und Raumkoordinaten zwischen dem raumfesten Inertialsystem, in dem die Bahnen der Körper des Sonnensystems berechnet werden, und den körperfesten Systemen von Erde und Mond ein, in denen die Reflektorpositionen und die Stationskoordinaten definiert sind (Biskupek 2015). Die Rotation des Mondes und damit die Eulerwinkel zur Transformation in das Inertialsystem werden im Ephemeridenprogramm berechnet, während die Rotation der Erde durch die wohlbekannten Transformationen von Präzession/Nutation, Polbewegung und Erdrotationsphase UT1 beschrieben werden. Für die Observatorien auf der Erde wird eine Reihe von Einflüssen auf die Stationskoordinaten aufgrund von Deformationen und Bewegungen der Erdkruste

berücksichtigt (Petit und Luzum 2010) – in Klammern ist jeweils die Größenordnung angegeben, mit der sich die Stationsposition aufgrund des jeweiligen Effektes verändern kann:

- Gezeiten der festen Erde: Sie entstehen als direkter Effekt der gravitativen Kräfte von Sonne und Mond (radial bis zu 30 cm);
- Ozeanauflasten: Die durch gravitative Kräfte der Himmelskörper bedingte Verlagerung der Ozeanmassen (bis zu 10 cm);
- Atmosphärenauflasten: Sie entstehen einerseits durch die Erwärmung der Luftmassen über den Kontinenten und andererseits ebenfalls durch die gravitativen Kräfte der Himmelskörper auf die Atmosphäre (ca. 1 cm);
- Polgezeiten: Verursacht durch die Polbewegung, führen sie zu einer Änderung des Zentrifugalpotentials, was zur Deformation des Erdkörpers führt (radial bis zu 25 mm, horizontal bis zu 7 mm);
- Auflasten durch Ozeanpolgezeiten: Sie entstehen als Folge der Polgezeiten, da diese ebenfalls eine Verlagerung der Ozeanmassen verursachen (radial bis zu 1,8 mm, horizontal bis zu 0,5 mm) und
- Stationsbewegungen aufgrund der Plattentektonik (je nach Station bis zu einigen cm/Jahr).

Die Reflektorkoordinaten werden um Gezeiteneffekte von Erde und Sonne sowie um Deformationen aufgrund der Rotation des Mondes korrigiert.

Die jährlichen gewichteten Residuen zwischen beobachtetem und berechnetem Observatoriums-Reflektor-Abstand sind in Abb. 4 gezeigt. In den Anfangsjahren

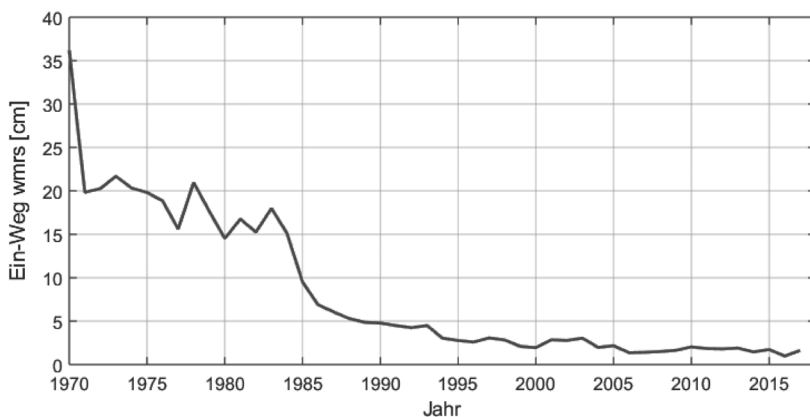


Abb 4: Gewichtete jährliche Residuen der LLR-Analyse am IfE.

erreichten die Residuen Werte bis etwa 20 cm. Ab Mitte der 80er Jahre wurden die Residuen durch mehr Beobachtungen und neue Observatorien mit verbesserter Technologie kleiner. Ab Ende der 80er Jahre erreichen die Residuen ein Niveau von drei bis fünf Zentimeter, ab 2006 Werte unter zwei Zentimeter. Die verbleibende Unsicherheit wird zum Teil von der bis zu 10 Grad variierenden Orientierung der Reflektoren zum Messzeitpunkt sowie von verbleibenden Ungenauigkeiten in der Modellierung, z.B. in der Mondrotation, verursacht.

5. Ergebnisse – Erde-Mond-System

Mit Hilfe der Laserentfernungsmessungen zum Mond lassen sich verschiedene Parameter im Erde-Mond-System bestimmen. Gleichzeitig bietet LLR eine einzigartige Möglichkeit, um bestimmte Aspekte der Einstein'schen Gravitationstheorie auf ihre Gültigkeit zu untersuchen.

Die hochgenau bestimmte Mondbahn, in Wechselwirkung mit den Körpern des Sonnensystems, kann zur Realisierung eines dynamischen Referenzsystems herangezogen werden. Die Positionen und Geschwindigkeiten der Körper zu bestimmten Zeitpunkten bilden die „Festpunkte“ des Referenzrahmens. Das mondfeste seelenzentrische Referenzsystem ist ein im Massenmittelpunkt des Mondes gelagertes Hauptachsensystem und wird über die mitgeschätzten Reflektorkoordinaten realisiert. Mit einer Genauigkeit im Bereich von etwa 10 cm sind die fünf Reflektoren die am genauesten bestimmten Punkte auf der Mondoberfläche. Umgekehrt lassen sich die Stationskoordinaten und -geschwindigkeiten auf der Erde mit einer Genauigkeit von wenigen Zentimetern bzw. Millimetern pro Jahr bestimmen.

In Biskupek (2015) und Hofmann et al. (2018) sind die mit LLR schätzbaren Erdorientierungsparameter, wie langperiodische Nutationskoeffizienten, Erdrotationsphase und Polkoordinaten sowie die Präzessionskonstante, untersucht worden. Die LLR-Ergebnisse für ausgewählte Nutationskoeffizienten, die Genauigkeiten von $0,1\text{--}0,7 \text{ mas}^2$ in $\Delta\psi$ (Nutation in Länge) und $0,1\text{--}0,3 \text{ mas}$ in $\Delta\epsilon$ (Nutation in Schiefe) erreichen, sind zwar schlechter als Nutationsergebnisse aus VLBI, trotzdem können sie bei einer Kombination von LLR und VLBI durch die Langzeitstabilität zu einem präziseren Nutationsmodell beitragen.

Die ungleichmäßige Verteilung der LLR-Beobachtungen über den synodischen Monat und die wenigen Observatorien führen zu Problemen in der Datumsfestlegung. Dadurch ist es nicht trivial, Erdrotationsparameter aus LLR zu schätzen. Untersuchungen von Biskupek (2015) haben allerdings ergeben, dass es über geeignete Auswertestrategien möglich ist, Zeitreihen für die Polbewegung mit einer Genau-

² Millibogensekunden

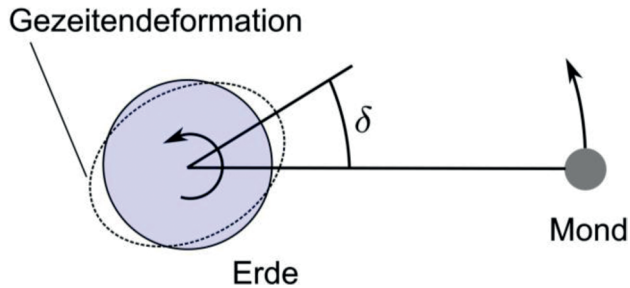


Abb. 5: „Verschiebung“ der Gezeitendeformation durch die Erdrotation um den Winkel.

igkeit von 1-20 mas und für die Erdrotationsphase mit 0,03-0,05 ms zu berechnen. Besonders die hochgenauen Beobachtungen der Station APOLLO tragen hier positiv zu den Ergebnissen bei, siehe auch Müller et al. (2015) und Hofmann et al. (2018).

Weiterhin werden Parameter für die Berechnung der Mondephemeride mitgeschätzt. Für die Mondtranslation wird die initiale Position und Geschwindigkeit, für die Mondrotation die initiale Orientierung und Winkelgeschwindigkeit bestimmt. Das komplette Mondschwerefeld bis Grad und Ordnung 6 wird in der Berechnung verwendet (Hofmann und Müller 2018). Um eine bestmögliche Anpassung an die LLR-Messwerte zu erreichen, werden einige Koeffizienten vom Grad 2 und 3 geschätzt. Weiterhin werden das Produkt der Gravitationskonstante mit der Gesamtmasse des Erde-Mond-Systems sowie gezeitenabhängige Parameter und Kenngrößen des Mondinneren bestimmt. Dazu gehören die Lovezahlen k_2 und h_2 , ein Dissipationsparameter D , um die zeitliche Verzögerung des Mondes auf die Gezeitenwirkung zu modellieren, und Parameter für die säkulare Gezeitenbeschleunigung des Mondes. Die vom Mond auf der Erde erzeugte Gezeitendeformation „Gezeitenberge“ werden durch die im Vergleich zum Mondumlauf schnellere Erdrotation sowie Reibung aus der Verbindungslinie Erde-Mond herausbewegt, Abb. 5. Der mondnahe Gezeitenberg befindet sich somit immer ein Stück „vor“ dem Mond und verursacht eine kleine, aber stetige Beschleunigung des Mondes, der sich demzufolge um etwa 3,8 cm pro Jahr von der Erde entfernt. Auf Grund der Erhaltung des Drehimpulses im Erde-Mond-System nimmt dadurch die Tageslänge um 2 ms pro Jahrhundert zu.

6. Ergebnisse – Gravitationsexperimente

Die Analyse der LLR-Messungen erlaubt, wichtige Eckpfeiler der Einstein'schen sowie auch der Newton'schen Gravitationstheorie zu testen, siehe Soffel et al.

(2008), Müller et. al (2014), Biskupek (2015), Soffel (2015) und Hofmann und Müller (2018). Für schwache Gravitationsfelder und kleine Geschwindigkeiten, im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit, kann die Einstein'sche Theorie durch die Newton'sche approximiert werden.

Die Unveränderlichkeit der Gravitationskonstanten G ist eine der grundlegenden Annahmen der Einstein'schen Theorie, während einige alternative Gravitationstheorien einen zeitlich veränderlichen Wert für G vorhersagen (Sanders et al. 2010, Steinhart und Wesley 2010). Falls solche Variationen signifikant beobachtet werden würden, ließen sich Hinweise auf Modifikationen der Einstein'schen Theorie gewinnen. Die lange LLR-Beobachtungsreihe schränkt eine mögliche zeitliche Variation auf $\dot{G}/G < 7,6 \cdot 10^{-14}$ 1/Jahr ein. Das obere Limit für eine mögliche quadratische Variation wurde von Biskupek (2015) zu $\ddot{G}/G < 5 \cdot 10^{-15}$ 1/Jahr² abgeschätzt.

Die Gültigkeit des Äquivalenzprinzips ist ein weiteres Kernelement der Gravitationstheorien von Newton und Einstein; es kann in verschiedene Varianten unterschieden werden (Nordtvedt 1968). Das schwache Äquivalenzprinzip besagt, dass alle ungeladenen Körper unabhängig von ihrer chemischen Zusammensetzung, Größe und Masse im Vakuum die gleiche Frei-Fall-Beschleunigung erfahren. Im Newton'schen Sinne ist das Verhältnis zwischen träger Masse, die den Widerstand eines Körpers gegen äußere Kräfte darstellt, und schwerer Masse, die in die Berechnung der Gravitationskraft eingeht, für alle Körper gleich. Im Labor auf der Erde kann das schwache Äquivalenzprinzip z.B. durch hochempfindliche Torsionswaagen überprüft werden (Wagner et al. 2012). Im Erde-Mond-System würde durch den unterschiedlichen inneren Aufbau von Erde und Mond (die Erde besitzt einen nickel- und eisenreichen Kern, der Mond besteht größtenteils aus Silikatgestein) eine Verletzung des schwachen Äquivalenzprinzips zu einer unterschiedlichen Beschleunigung im Gravitationsfeld der Sonne führen und damit zu einer Veränderung der Mondbahn gegenüber der theoretischen Vorhersage.

Das starke Äquivalenzprinzip ist ein Grundpfeiler der Einstein'schen Gravitationstheorie und erweitert die schwache Variante um die gravitative Selbstenergie der Körper. Es besagt, dass die Frei-Fall-Beschleunigung von Testkörpern unabhängig vom Anteil der gravitativen Selbstenergie ist. Betrachtet man die Erde und den Mond als Testkörper im Gravitationsfeld der Sonne, so erlaubt LLR einen kombinierten Test des schwachen und starken Äquivalenzprinzips (Hofmann und Müller 2018). Eine Verletzung des Äquivalenzprinzips würde in erster Näherung zu einer Verschiebung der Mondbahn entlang der Verbindungslinie Erde-Sonne führen, Abb. 6. Bisher wurde keine signifikante Verletzung des Äquivalenzprinzips mit LLR detektiert. Eine mögliche Differenzbeschleunigung zwischen Erde und Mond, relativ zur Beschleunigung in Richtung Sonne, wird durch die LLR-Analyse auf $(-3 \pm 5) \cdot 10^{-14}$ geschätzt.

Weitere Tests der Einstein'schen Gravitationstheorie mit LLR untersuchen die geodätische Präzession der Mondbahn, den Nichtlinearitätsparameter β und den Raumkrümmungsparameter der post-Newton'schen Approximation von Einsteins

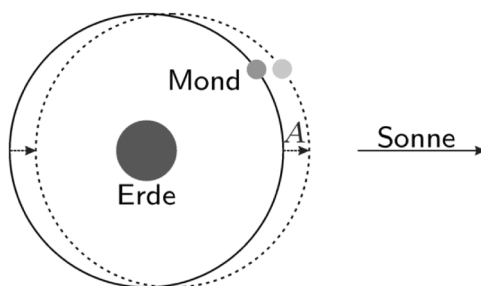


Abb. 6: Verschiebung der Mondbahn um einen Betrag A in Richtung zur Sonne bei einer Verletzung des Äquivalenzprinzips.

Theorie, die räumliche Änderung der Gravitationskonstanten, modelliert über ein Yukawa-Potential, sowie bevorzugte Bezugssysteme und Richtungen im Universum (Hofmann 2017, Hofmann und Müller 2018).

7. Zusammenfassung

Lasermessungen zum Mond stellen einen einzigartigen Beobachtungssatz dar, mit dem eine Reihe von Effekten im Erde-Mond-System untersucht werden kann. Die größte Bedeutung hat LLR – durch den großen Erde-Mond-Abstand und die mehr als 49jährige Datenreihe – aber hinsichtlich des Tests von Gravitationstheorien. Insbesondere die Untersuchungen zum Äquivalenzprinzip und zur Konstanz der Gravitationskonstanten haben eine große Bedeutung, da von alternativen Theorien Abweichungen zur Einstein'schen Gravitationstheorie erwartet werden. Die Analyse der LLR-Messungen bestätigt die Vorhersagen der Allgemeinen Relativitätstheorie bis jetzt in beeindruckender Weise und trägt zu einem besseren Verständnis des Erde-Mond-Systems bei.

Mit weiteren Verbesserungen in der Modellierung der Mondbewegung und der Installation von neuen Einzelpol-Reflektoren auf dem Mond ist es möglich, die mit LLR erreichten Genauigkeiten in den nächsten Jahren weiter zu steigern (z.B. \dot{G}/G um einen Faktor 20 bis zum Jahr 2030, Hofmann 2017) und damit auch die Gültigkeit der Einstein'schen Theorie weiter zu überprüfen.

Dank

Die LLR Daten werden gesammelt, archiviert und verteilt unter der Schirmherrschaft des Internationalen Laser Ranging Service (ILRS), Pearlman (2002). Wir

danken dem Personal aller beteiligten LLR-Stationen für mehr als 49 Jahre an LLR-Daten. Teile der Arbeit wurden durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft in der Forschergruppe FOR1503 „Space-Time Reference Systems for Monitoring Global Change and for Precise Navigation in Space“ sowie FOR584 „Earth Rotation and global dynamic processes“ finanziert.

Literatur

ADELBERGER, E.G (2001): New tests of Einstein's equivalence principle and Newton's inversedsquare law. – *Classical and Quantum Gravity* **18**: 2397–2405.

BISKUPEK, L. (2015): Bestimmung der Erdorientierung mit Lunar Laser Ranging, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, 742, München.

EINSTEIN, A. (1915): Zur allgemeinen Relativitätstheorie, Preußische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte, Teil 2, S. 778–786, 799–801.

HOFMANN, F. (2017): Lunar Laser Ranging – verbesserte Modellierung und Schätzung relativistischer Parameter, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, 797, München.

HOFMANN, F. & J. MÜLLER (2018): Relativistic tests with lunar laser ranging. – *Classical and Quantum Gravity* **35**: 035015, DOI: 10.1088/1361-6382/aa8f7a

HOFMANN, F., L. BISKUPEK & J. MÜLLER (2018): Contributions to Reference Systems from Lunar Laser Ranging using the IfE analysis model. – *Journal of Geodesy* **92**(9): 975–987, DOI: 10.1007/s00190-018-1109-3

MÜLLER, J. (1991): Analyse von Lasermessungen zum Mond im Rahmen einer post-Newton'schen Theorie. Dissertation, Technische Universität München. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe C, Nr. 383.

MÜLLER, J., L. BISKUPEK & F. HOFMANN (2015): Earth Orientation and Relativity Parameters determined from LLR Data, Proceedings of the 19th International Workshop on Laser Ranging, Abstract Nr. 3033, online veröffentlicht auf <http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw19/Program/index.html>.

MÜLLER, J., L. BISKUPEK, F. HOFMANN & E. MAI (2014): Lunar Laser Ranging and Relativity, In: S.M. KOPEIKIN (Hg.) "Frontiers of Relativistic Celestial Mechanics", Bd. 2: Application and Experiments, Walter de Gruyter, Berlin, S. 103–156.

MÜLLER, J., M. SOFFEL & S. KLIONER (2008): Geodesy and Relativity. – *Journal of Geodesy* **82**(3): 133–145.

MURPHY, T.W. (2013): Lunar laser ranging: the millimeter challenge, Reports on Progress in Physics **76**: 076901.

MURPHY, T.W, E.G. ADELBERGER, J.B.R. BATTAT, L.N. CAREY, C.D. HOYLE, P. LEBLANC, E.L. MICHELSEN, K. NORDTVEDT, A.E. ORIN, J.D. STRASBURG, C.W. STUBBS, H.E. SWANSON & E. WILLIAMS (2009): The Apache Point Observatory Lunar Laser-ranging Operation: Instrument Description and First Detections. – Publications of the Astronomical Society of the Pacific **120**: 20–37.

NEWTON, I. (1687): *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, The Royal Society, London.

NORDTVEDT, K. (1968): Equivalence Principle for Massive Bodies. I. Phenomenology. – *Physical Review* **169**: 1014–1016.

NORDTVEDT, K. (2003): Lunar Laser Ranging – a comprehensive probe of post-Newtonian gravity, arXiv:gr-qc/0301024.

PEARLMAN, M.R, J.J. DEGNAN & J.M. BOSWORTH (2002): The International Laser Ranging Service. – *Advances in Space Research* **30**: 135–143.

PETERSEN, V.M. (1969): The Three Lunar Models of Ptolemy – *Centaurus* **14**: 142.

PETIT, G. & B. LUZUM (Hrsg.) (2010): IERS Conventions 2010, Nr. 36 in IERS Technical Note, Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main.

SANDERS, A.J., G.T. GILLIES & E. SCHMUTZER (2010): Implications upon theory discrimination of an accurate measurement of the time rate of change of the gravitational parameter and other cosmological parameters. – *Annalen der Physik* **522**(12): 861–873.

SOFFEL, M. (2015): 100 Jahre Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie: Tests und Anwendungen. – *Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* **140**:185.

SOFFEL, M., S. KLIONER, J. MÜLLER & L. BISKUPEK (2008): Gravitomagnetism and lunar laser ranging. – *Physical Review D* **78**: 024033.

STEINHARDT, P.J. & D. WESLEY (2010): Exploring extra dimensions through observational tests of dark energy and varying Newton's constant, arXiv 1003.2815.

WAGNER, T.A, S. SCHLAMMINGER, J.H. GUNDLACH & E.G. ADELBERGER (2012): Torsion-balance tests of the weak equivalence principle. – *Classical and Quantum Gravity* **29**:184002.

WILL, C.M. (1993): *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, Cambridge University Press, England, 2. Aufl.